

```
In[1]:= ClearAll["Global`*"];
```

Rotující kotouč se třemi různými tloušťkami

Rotující kotouč má tyto rozměry:

$$r_1 = 50 \text{ mm}, r_2 = 80 \text{ mm}, r_3 = 120 \text{ mm}, r_4 = 200 \text{ mm}$$

$$h_1 = 12 \text{ mm}, h_2 = 10 \text{ mm}, h_3 = 6 \text{ mm}$$

otáčí se úhlovou rychlostí $\omega = 500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

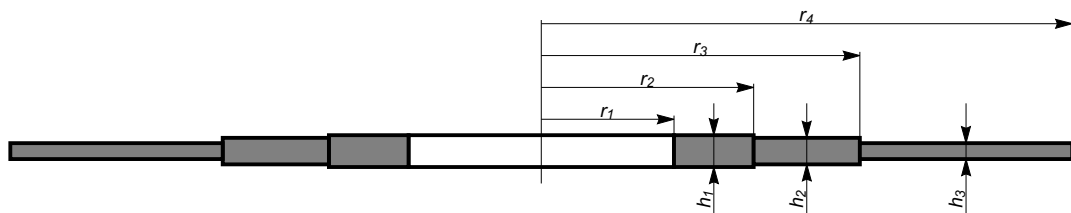
Kotouč je z oceli.

Výpočet je proveden v programu Wolfram Mathematica a využívá jeho možnosti....

Poloměry a tloušťky kotouče si uložím do polí. Do proměnné `cisla` uložím potřebné konstanty.

```
In[2]:= r = {50, 80, 120, 200} 10^-3;  
h = {12, 10, 6} 10^-3;  
cisla = {μ → 0.3, ρ → 7800, ω → 500};
```

Out[5]=



Vztahy pro napětí v jednotlivých úsecích uložím do polí:

```
In[6]:= σr = (A# - B# / x^2 - (3 + μ) / 8 ρ ω^2 x^2) & /@ Range[3];
```

```
σt = (A# + B# / x^2 - (1 + 3 μ) / 8 ρ ω^2 x^2) & /@ Range[3];
```

Mohu si také zapsat vztahy pro tečné poměrné deformace, které použiji pro okrajové podmínky:

```
In[8]:= εt = 1 / E (σt[[#]] - μ σr[[#]]) & /@ Range[3];
```

Okrajové podmínky sepíšu do seznamu (kometáře po straně vysvětlují, o kterou podmínku jde)

```
In[9]:= op = { (σr[[1]] == 0) /. x → r[[1]], (* radiální napětí na vnitřním povrchu *)
  (εt[[1]] == εt[[2]]) /. x → r[[2]], (* shodné posuvy na r2 *)
  (σr[[1]] h[[1]] == σr[[2]] h[[2]]) /. x → r[[2]],
  (* vztah mezi radiálními nap. na r2 *)
  (εt[[2]] == εt[[3]]) /. x → r[[3]], (* shodné posuvy na r3 *)
  (σr[[2]] h[[2]] == σr[[3]] h[[3]]) /. x → r[[3]],
  (* vztah mezi radiálními nap. na r3 *)
  (σr[[3]] == 0) /. x → r[[4]] (* radiální napětí na vnějším povrchu *)
};
```

Z okrajových podmínek určím konstanty, výsledek si uložím do proměnné konstanty

```
In[10]:= konstanty = Solve[op, {A1, B1, A2, B2, A3, B3}] [[1]]
```

```
Out[10]= {A1 →  $\frac{(122\,236\,761 + 50\,436\,268\,\mu + 3\,396\,835\,\mu^2 + 55\,536\,\mu^3)\,\rho\,\omega^2}{80\,000\,(122\,923 + 22\,603\,\mu + 624\,\mu^2)}$ ,
  B1 →  $\frac{3\,(588\,633\,\rho\,\omega^2 + 237\,854\,\mu\,\rho\,\omega^2 + 14\,505\,\mu^2\,\rho\,\omega^2 + 208\,\mu^3\,\rho\,\omega^2)}{500\,000\,(122\,923 + 22\,603\,\mu + 624\,\mu^2)}$ ,
  A2 →  $-\frac{7\,980\,348\,\rho\,\omega^2 - 3\,620\,257\,\mu\,\rho\,\omega^2 - 344\,383\,\mu^2\,\rho\,\omega^2 - 8112\,\mu^3\,\rho\,\omega^2}{5000\,(122\,923 + 22\,603\,\mu + 624\,\mu^2)}$ ,
  B2 →  $\frac{9\,(1\,074\,963\,\rho\,\omega^2 + 590\,245\,\mu\,\rho\,\omega^2 + 84\,796\,\mu^2\,\rho\,\omega^2 + 2496\,\mu^3\,\rho\,\omega^2)}{3\,125\,000\,(122\,923 + 22\,603\,\mu + 624\,\mu^2)}$ ,
  A3 →  $-\frac{9\,175\,836\,\rho\,\omega^2 - 5\,253\,553\,\mu\,\rho\,\omega^2 - 795\,295\,\mu^2\,\rho\,\omega^2 - 21\,216\,\mu^3\,\rho\,\omega^2}{5000\,(122\,923 + 22\,603\,\mu + 624\,\mu^2)}$ ,
  B3 →  $\frac{9\,(-4821\,\rho\,\omega^2 + 53\,917\,\mu\,\rho\,\omega^2 + 20\,380\,\mu^2\,\rho\,\omega^2 + 624\,\mu^3\,\rho\,\omega^2)}{125\,000\,(122\,923 + 22\,603\,\mu + 624\,\mu^2)}$ }
```

Napětí je v jednotlivých úsecích definováno vztahy pro příslušné úseky, dosadím vztahy pro konstanty a čísla:

```
In[11]:= σr = { σr[[1]] r[[1]] ≤ x < r[[2]]
  σr[[2]] r[[2]] ≤ x < r[[3]] /. konstanty /. cisla
  σr[[3]] r[[3]] ≤ x ≤ r[[4]]
  σt = { σt[[1]] r[[1]] ≤ x < r[[2]]
  σt[[2]] r[[2]] ≤ x < r[[3]] /. konstanty /. cisla
  σt[[3]] r[[3]] ≤ x ≤ r[[4]]
```

```
Out[11]= { 2.58618 × 107 -  $\frac{59\,627.1}{x^2}$  - 8.04375 × 108 x2  $\frac{1}{20} \leq x < \frac{2}{25}$ 
  2.73434 × 107 -  $\frac{54\,521.2}{x^2}$  - 8.04375 × 108 x2  $\frac{2}{25} \leq x < \frac{3}{25}$ 
  3.25322 × 107 -  $\frac{14\,287.9}{x^2}$  - 8.04375 × 108 x2  $\frac{3}{25} \leq x \leq \frac{1}{5}$ 
  0 True
```

```
Out[12]= { 2.58618 × 107 +  $\frac{59\,627.1}{x^2}$  - 4.63125 × 108 x2  $\frac{1}{20} \leq x < \frac{2}{25}$ 
  2.73434 × 107 +  $\frac{54\,521.2}{x^2}$  - 4.63125 × 108 x2  $\frac{2}{25} \leq x < \frac{3}{25}$ 
  3.25322 × 107 +  $\frac{14\,287.9}{x^2}$  - 4.63125 × 108 x2  $\frac{3}{25} \leq x \leq \frac{1}{5}$ 
  0 True
```

...a nakonec nakreslím graf:

```

In[13]:= Plot[{ $\frac{\sigma_r}{10^6}$ ,  $\frac{\sigma_t}{10^6}$ }, {x, r[[1]], r[[4]]}, PlotStyle -> Thick,
  ImageSize -> Large, PlotRange -> {{0, r[[4]] + 0.2 r[[1]]}, Full},
  GridLines -> {r, Automatic},
  Ticks -> {{r[[#]], "r"#} & /@ Range[4], Automatic},
  AxesLabel -> {"x", " $\frac{\sigma}{\text{MPa}}$ "},
  PlotLabel -> "Napětí v rotujícím kotouči",
  PlotLegends -> {" $\sigma_r$ ", " $\sigma_t$ "}]

```

